

مقایسه میانگین مربعات خطای برآوردگرهای انقباضی واریانس توزیع چوله - نرمال با ضریب تغییرات معلوم

ناهید سنجری فارسی پور^{1*}؛ نجمه رشیدی²؛ آرش پیشدست³

دریافت: 1394/02/16

پذیرش: 1394/04/10

چکیده

پارامترهای متعددی در جامعه وجود دارد که برای شناسایی ویژگی‌های آن برآورد دقیق‌تری از پارامترها را نیاز داریم. با برآورد این پارامترها می‌توان در مورد شاخص‌های مختلف مورد بحث در جامعه تصمیم‌گیری کرد. جامعه‌های مورد بررسی آن‌گونه‌ای نیستند که تحت یک تابع توزیع مناسب (خوش‌تعریف و مشخص) بتوان تحلیل‌های درست روی پارامترهای آن انجام داد؛ برای این منظور معمولاً فرض می‌شود که شاخص‌های مشخصی معلوم هستند. برآورد پارامترهای جامعه مورد توجه بسیاری از آماردانان قرار گرفته که این کار را می‌توان با فرض معلوم بودن ضریب تغییرات، چولگی و یا برجستگی (اطلاعات پیشین) انجام داد. اخیراً لاهیتران و ویجکون (2008) یک روش تعمیم‌یافته را برای به دست آوردن برآوردگرهای انقباضی به دست آوردند.

ما در این مقاله می‌خواهیم بر اساس قضایایی که لاهیتران و ویجکون (2008) مطرح کردند برآوردگرهای انقباضی بهینه را برای پارامترهای میانگین و واریانس توزیع چوله - نرمال به دست آوریم و با استفاده از معیار میانگین بر اساس برآوردگر میانگین به دست آمده برآوردگری برای واریانس توزیع چوله - نرمال معرفی کنیم و با استفاده از معیار میانگین مربعات خطا به مقایسه این دو برآوردگر واریانس بپردازیم.

واژگان کلیدی: ضریب تغییرات، میانگین مربع خطای زیان مقیاسی، برآوردگر انقباضی بهینه، توزیع چوله -

نرمال.

1. استاد، گروه آمار، دانشگاه الزهرا (*نویسنده مسئول) sanjari_n@yahoo.com

2. گروه آمار، دانشگاه الزهرا

3. گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبایی

مقدمه

در نظر گرفتن ضریب تغییرات معلوم در بسیاری از کاربردهای حقیقی استفاده می‌شود. بر این اساس سیرلز (1964)¹، خان (1968)²، آرنولت و هبیرت (1995)³ برآوردگرهایی برای میانگین جامعه به دست آوردند. گلزر و هیلی (1976) و نیز آرنولت و هبیرت (2001) با در نظر گرفتن $T(X)$ به عنوان یک آماره بسنده مینیمال و تابع پارامتری مورد نظر، این برآوردگر را تعمیم دادند. وچکو و ویجکون (2005)⁴ نتایج آنها را بهبود دادند و برآوردگرهای انقباضی⁵ را برای میانگین در خانواده‌های نمایی تک پارامتری به دست آوردند. گلزر و هیلی (1976)⁶ مینیمم میانگین مربعات خطای برآوردگر را برای θ به دست آوردند. در سال‌های اخیر لاهیران و ویجکون⁷ (2008) نتایج قبلی را تعمیم دادند و برآوردگرهای انقباضی بهینه را برای پارامترهای جامعه زمانی که اطلاعات اضافی در دسترس باشد را به دست آوردند. در ادامه یکی از قضایایی که توسط لاهیران و ویجکون مطرح شد را می‌آوریم و با استفاده از آن برآوردگرهای انقباضی بهینه را برای پارامترهای توزیع چوله نرمال به دست می‌آوریم.

نتایج اصلی

ابتدا قضیه زیر را که لاهیران و ویجکون (2008) اثبات نموده‌اند را بیان می‌کنیم:

قضیه 1: فرض کنید $X = (X_1, \dots, X_n)'$ یک نمونه‌ی تصادفی از جامعه‌ای با توزیع $f(x, \theta)$ و $g(\theta)$ یک تابع حقیقی مقدار روی فضای پارامتری θ باشد و $T(x)$ یک برآوردگر نقطه‌ای $g(\theta)$ با

$$\alpha^* = k / (k^2 + \tau^2)$$

با توجه به قضیه (1.2) در اینجا سه نوع برآوردگر که عبارتند از برآوردگر بهینه انقباضی و برآوردگری برای واریانس جامعه و برآوردگری برای میانگین جامعه را ارائه می‌دهیم.

برای به دست آوردن $T(X)$ برآوردگری برای میانگین جامعه، ابتدا یک برآوردگر نقطه‌ای (یا آماره بسنده کامل) $T(X)$ را برای برآورد $g(\theta)$ مطابق با توزیعی که می‌خواهیم برآوردگر بهینه انقباضی برای میانگین آن به دست آوریم، معرفی می‌کنیم؛ به طوری که $E[T(X)] = kg(\theta)$ و مطابق با قضیه (1-2) برآوردگر $T(X)$ را به دست می‌آوریم.

توضیحات بالا نیز برای به دست آوردن برآوردگر انقباضی بهینه برای واریانس جامعه؛ $T_V^*(X)$ که در این مقاله به اختصار با نماد OSE^8 نشان می‌دهیم، بکار می‌رود با این تفاوت که در اینجا می‌خواهیم برآوردگر بهینه انقباضی را برای واریانس توزیع به دست آوریم، که باید مطابق با واریانس توزیع، برآوردگر اولیه $T(X)$ معرفی شود.

بر اساس $T^*(x)$ (برآورد میانگین جامعه) برآورد دیگری برای واریانس جامعه با نام اختصاری MBE^9 به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$T_{\mu}^*(x) = v^2 [T^*(x)]^2$$

که v ضریب تغییرات است، که معلوم فرض شده است و هدف مقایسه بین دو برآوردگر $T_{\mu}^*(x)$ و $T_V^*(x)$ است.

1. Searls
2. Khan
3. Arnholt and Hebert
4. Wencheko and Wijekoon
5. Optimal shrunken estimators
6. Gleser and Healy
7. Laheetharan and wijekoon

8. Optimal Shrunken Estimator
9. Mean Based Estimator

پارامتر λ در این توزیع را می‌توان پارامتر کنترل چولگی نامید. تابع چگالی چوله-نرمال به ازای مقادیر مثبت λ چوله به راست، به ازای مقادیر منفی λ چوله به چپ و به ازای $\lambda = 0$ متقارن و به چگالی نرمال استاندارد تبدیل می‌شود.

چند خاصیت تابع چگالی چوله-نرمال

فرض کنید متغیرهای تصادفی Z و Z_λ به ترتیب دارای توزیع نرمال استاندارد و توزیع چوله-نرمال باشند. در این صورت روابط و نتایج زیر را خواهیم داشت:

الف) Z_λ دارای توزیع چوله - نرمال با پارامتر $-\lambda$ است.

ب) اگر $\lambda = 0$ آنگاه $Z_\lambda \sim N(0,1)$. به عبارت دیگر در این حالت داریم $Z_\lambda \stackrel{d}{=} Z$

ج) اگر t تابعی زوج باشد، آنگاه رابطه هم‌توزیعی $(tZ_\lambda) \stackrel{d}{=} t(Z)$ برقرار است. برای مثال داریم $Z_\lambda^2 \stackrel{d}{=} Z^2$.

اگر $Z_\lambda \sim SN(\lambda)$ آنگاه توابع مولد گشتاور و مشخصه آن به ترتیب عبارتند از:

$$M_{Z_\lambda}(t) = 2 \exp\left\{\frac{t^2}{2}\right\} \phi(\delta t) \quad t \in \mathcal{R} \quad (7)$$

$$\psi_{Z_\lambda} = \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} \left[1 + i \int_0^{\delta t} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2}\right\} dy\right] \quad (8)$$

که در آنها $\delta = \lambda/\sqrt{1+\lambda^2}$.

با استفاده از تابع مولد گشتاور به سادگی می‌توان میانگین و واریانس توزیع چوله - نرمال را به دست آورد. به عبارت دیگر خواهیم داشت:

$$\mu = E(Z_\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta \quad (9)$$

و

$$\sigma^2 = Var(Z_\lambda) = 1 - \frac{2}{\pi} \delta^2 \quad (10)$$

برآوردگرهای انقباضی توزیع چوله نرمال

برای مقایسه این دو برآوردگر MSE این دو برآوردگر را با هم مقایسه می‌کنیم. همان‌طور که می‌دانیم

$$MSE(\hat{\theta}) = var(\hat{\theta}) + [B(\hat{\theta})]^2 \quad (1)$$

که

$$B(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta \quad (2)$$

اریبی است. اگر

$$L(\theta, \hat{\theta}) = (\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (23)$$

باشد و بنابراین

$$MSE(\hat{\theta}) = E_\theta(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad (24)$$

تابع زیان دیگری با عنوان تابع زیان مربع خطاهای مقیاسی می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_S(\theta, \hat{\theta}) = \frac{(\hat{\theta} - \theta)^2}{\theta^2} \quad (5)$$

پس

$$SMSEL[\hat{\theta}] = MSE_L(\hat{\theta}) = E_\theta \left[\frac{(\hat{\theta} - \theta)^2}{\theta^2} \right] \quad (6-2)$$

و بنابراین

$SMSEL[T^*(x)] = \tau^2(k^2 + \tau^2)^{-1} [g(\theta)]^2$ می‌باشد که $T^*(X)$ برآوردگری برای میانگین جامعه است.

توزیع چوله - نرمال¹

حال با استفاده از قضیه ذکر شده برآوردگر انقباضی را برای توزیع چوله - نرمال به دست می‌آوریم. توزیع چوله - نرمال در سال 1985 توسط آزالینی² ارائه شد.

تعریف 1: گوئیم متغیر تصادفی Z_λ دارای توزیع چوله-نرمال با پارامتر حقیقی λ

است اگر تابع چگالی آن به صورت:

$$\phi(Z, \lambda) = 2\phi(Z)\Phi(\lambda Z) \quad Z \in \mathcal{R} \quad (6)$$

باشد که در آن ϕ و Φ به ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی نرمال استاندارد هستند. هنگامی که Z_λ دارای توزیع چوله-نرمال است به اختصار آن را با نماد $Z_\lambda \sim SN(\lambda)$ نمایش می‌دهیم.

قضیه گفته شده $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$ را به عنوان برآوردگر واریانس توزیع نرمال در نظر بگیریم و داریم $E(S^2) = \sigma^2$ که مطابق با قضیه (1-2).

پس $k = 1, g(\theta) = \sigma^2$ می‌باشد پس
 $\tau^2 = [g(\theta)]^{-2} \text{var}[T(X)] = \sigma^{-4} \text{var}[S^2]$
 با استفاده از (8-3) داریم:
 $\text{var}(S^2) = (2\sigma^4)/(n-1)$

$$\alpha^* = \frac{k}{k^2 + \tau^2} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} + 1} = \frac{n-1}{n+1}$$

$$\tau^2 = \frac{2\sigma^4 \cdot \sigma^{-4}}{n-1} = \frac{2}{n-1}$$

پس مطابق با قضیه گفته شده برآوردگر انقباضی برای واریانس به صورت

$$T_v^*(X) = \alpha^* T(X) = \frac{n-1}{n+1} S^2 = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2 \quad (14)$$

است که

$$MSE[T_v^*(X)] = \frac{2v^4 \mu^4}{n+1} \quad (15)$$

است. برآوردگر دیگری برای واریانس در کلاس

$$g(\mu) = \mu^2 \text{ بر اساس } (X) C \bar{Z}^2$$

$$T_\mu^*(X) = \alpha [\sum_{i=1}^n Z_{\lambda i}]^2 \quad (16)$$

می‌باشد که با استفاده از قضیه ذکر شده است که

$$\frac{n(n+v^2)}{n^2(n+v^2) + 2v^2(2n+v^2)} \alpha = v^2 \mu^2 \sigma^2$$

واریانس جامعه می‌باشد. آنگاه

$$MSE[T_\mu^*(X)] = \frac{2v^2(2n+v^2)}{n^2(n+v^2) + 2v^2(2n+v^2)} \sigma^4 \quad (17)$$

و در نتیجه با مقایسه دو برآوردگر $T_\mu^*(X), T_v^*(X)$ به وسیله **SMSEL** آنها داریم:

$$SMSEL[T_\mu^*(X)] - SMSEL[T_v^*(X)] = \frac{2v^2(2n+v^2)}{n^2(n+v^2) + 2v^2(2n+v^2)} - \frac{2}{n+1}$$

$$RE = \frac{MSE[T_\mu^*(X)]}{MSE[T_v^*(X)]} \quad (18)$$

که نتایج عددی هر کدام از میانگین مربع خطای زیان مقیاسی¹ $T_\mu^*(X), T_v^*(X)$ برای حجم نمونه از $n = 2$

اگر $T(X) = \sum_{i=1}^n Z_{i\lambda}$ را به عنوان برآوردگری برای میانگین توزیع چوله - نرمال در نظر بگیریم طبق قضیه (1) داریم:

$$E\left(\sum_{i=1}^n Z_{\lambda i}\right) = n \sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta$$

$$\text{Var}[T(X)] = \sum_{i=1}^n \text{Var}(Z_{\lambda i}) = n\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \delta^2 \quad (11)$$

در (6) داریم $\mu = g(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta, k = n$
 $\tau^2 = [g(\lambda)]^{-2} \text{var}[T(X)] = \left(n\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \delta^2\right) / \left(\frac{2}{\pi} \delta^2\right)$
 نیز می‌دانیم ضریب تغییرات که $v^2 \mu^2 \sigma^2 = v \sigma / \mu$ است که معلوم فرض شده است.

با جایگذاری $v = \sqrt{1 - \frac{2}{\pi}} \delta / \sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta$ در τ^2 داریم
 $\tau^2 = nv^2$ که مستقل از λ می‌باشد پس مطابق با قضیه (1) داریم:

$$\alpha^* = \frac{k}{k^2 + \tau^2} = \frac{n}{n^2 + nv^2}$$

پس

$$T^*(x) = \alpha^* T(x) = \frac{\sum_{i=1}^n Z_{i\lambda}}{n + nv^2}$$

$$MSE[T^*(X)] = \frac{\sigma^2}{n + nv^2} = \frac{v^2 \mu^2}{(n + nv^2)} \quad (7-3)$$

که $SMSEL[T^*(X)] = MSE[T^*(X)] / \mu^2$ عبارتست از:

$$SMSEL[T^*(X)] = \frac{MSE[T^*(X)]}{\mu^2} = \frac{v^2}{n + nv^2} \quad (12)$$

حال برآوردگر بهینه انقباضی را برای واریانس توزیع چوله - نرمال به دست می‌آوریم؛ با استفاده از ویژگی قسمت ج توزیع چوله - نرمال داریم:

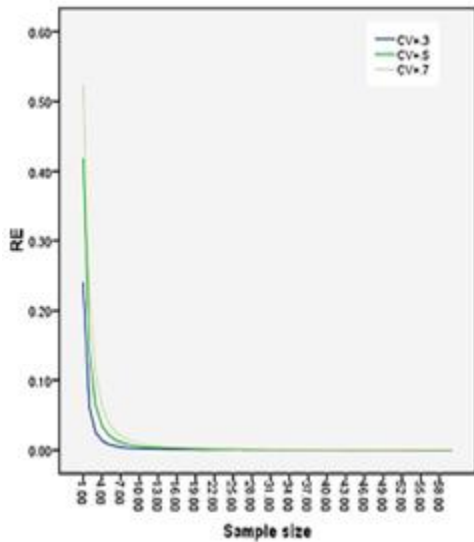
$$\sum_{i=1}^n (Z_{\lambda i} - \bar{Z}_\lambda)^2 \stackrel{d}{=} \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2 \quad (13)$$

و نیز می‌دانیم که $S^2 = 1/(n-1) \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$
 که Z_i متغیر تصادفی نرمال استاندارد می‌باشد، پس با استفاده از رابطه بالا داریم:

$$\sum_{i=1}^n (Z_{\lambda i} - \bar{Z}_\lambda)^2 \sim \chi^2_{(n-1)} \quad (10)$$

پس تمام روابطی که برای توزیع نرمال داشتیم برای توزیع چوله - نرمال نیز برقرار است و محاسبات برای به دست آوردن برآوردگر واریانس مطابق توزیع نرمال به دست می‌آید. می‌دانیم که $\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2$ آماره بسنده مینمال برای σ^2 می‌باشد، پس می‌توانیم مطابق با

کارایی آن (شکل 2b) می‌بینیم که با افزایش n ، کارایی آن نیز کاهش می‌یابد.



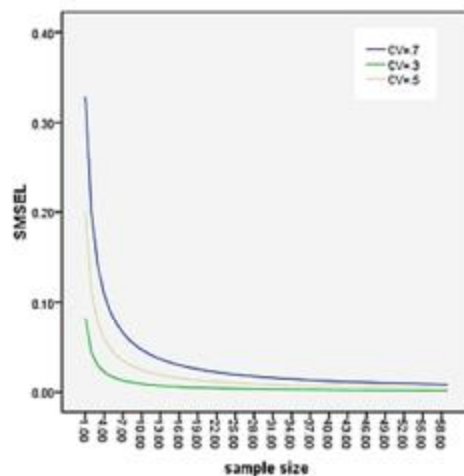
شکل 3. نمودار RE برای برآورد واریانس (توزیع نرمال - چوله) با تغییرات اندازه نمونه

نتیجه‌گیری

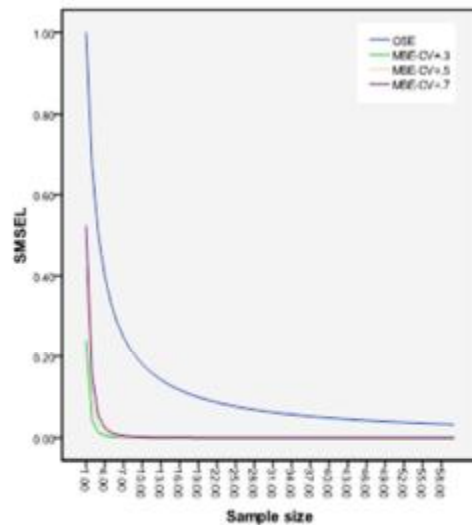
برآوردگرهای انقباضی بهینه برای پارامترهای توزیع چوله - نرمال همانند برآوردگرهای انقباضی بهینه برای توزیع نرمال $N(\mu, \sigma^2)$ می‌باشند و این مطلب را به راحتی می‌توان در توزیع نرمال تحقیق نمود. ملاحظه کردیم که در کلاس $C\bar{z}_2(X)$ برآوردگر انقباضی بهینه واریانس، کارایی بهتری نسبت به برآوردگر انقباضی بهینه واریانس توزیع چوله - نرمال دارد و این موضوع برای اندازه نمونه‌های مختلف برقرار است. به نظر می‌رسد کلاس برآوردگرهای انقباضی کارایی به مراتب بهتری نسبت به برآوردگرهای دیگر دارند و بخصوص برای اندازه نمونه‌های کوچک‌تر زمانی که ضریب تغییرات معلوم باشد، کارایی بهتری نسبت به برآوردگرهای دیگر دارند.

تا $n = 51$ و ضریب تغییرات متفاوت در جدول 1 داده شده است.

در نهایت در شکل 1 می‌بینیم که $SMSEL(T^*(X))$ با افزایش n ، افزایش می‌یابد. در شکل $SMSEL(1a)$ مربوط به $T_\mu^*(X)$ و $T_\nu^*(X)$ رسم گردیده که مشاهده می‌کنیم با افزایش n (حجم نمونه)، $SMSEL$ کاهش می‌یابد و $SMSEL[T_\mu^*(X)]$ در مقایسه با $SMSEL[T_\nu^*(X)]$ کمتر می‌باشد و بنابراین $T_\mu^*(X)$ بهتر یا کارتر از $T_\nu^*(X)$ می‌باشد و نیز با رسم نمودار



شکل 1. نمودار $SMSEL$ در برآورد میانگین (توزیع نرمال - چوله) با تغییرات اندازه نمونه



شکل 2. نمودار $SMSEL$ برای برآورد واریانس (توزیع نرمال - چوله) در برابر تغییرات اندازه نمونه

RE=Cv=7	RE=Cv=5	RE=Cv=3	OSE	MBE=Cv=7	MBE=Cv=5	MBE=Cv=3	n
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	8
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	11
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	12
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	13
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	14
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	16
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	17
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	18
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	19
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	20
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	21
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	22
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	23
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	24
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	25
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	26
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	27
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	28
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	29
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	30
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	31
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	32
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	33
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	34
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	35
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	36
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	37
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	38
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	39
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	40
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	41
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	42
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	43
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	44
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	45
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	46
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	47
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	48
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	49
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	50

جدول 1. برآوردگرهای واریانس و کارایی آن SMSEL

References

Arnholt, A.T. and Hebert, J.L. (1995). Estimating the mean with known coefficient of variation. *Am. Stat.* 49:367–369.

Azzalini, A. (1985). A class of distributions which includes the normal ones. *Scandinavian Journal of Statistics* 12, 171-178.

Gleser, L.J. and Healy, J.D. (1976). Estimating the mean of a normal distribution with known coefficient of variation. *J. Am. Stat. Assoc.* 71:977–981.

Khan R.A. (1968). A note on estimating the mean of a normal distribution with known coefficient of variation. *J. Am. Stat. Assoc.* 63:1039–1041.

Laheetharan, A. and Wijekoon, P. (2008). Improved estimation of the population parameters when some additional information is available. *Stat. Papers* 51:889-914.

Searls D.T. (1964). The utilization of a known coefficient of variation in the estimation procedure. *J. Am. Stat. Assoc.* 59:1225–1226 .

Wencheko, E. and Wijekoon, P. (2005). Improved estimation of the mean in one - parameter exponential families with known coefficient of variation. *Stat. Papers.* 46:101–11. University of Isfahan.